**УДК 519.65**

**ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ ЧИСЕЛЬНОГО ДИФЕРЕНЦІЮВАННЯ ПРИ ОБЧИСЛЕННІ ДРУГОЇ ПОХІДНОЇ**

**Н.В. Новікова**

Машинобудівний коледж Донбаської державної машинобудівної академії, м.Краматорськ

*e-mail:* [*natalliii.444@gmail.com*](mailto:natalliii.444@gmail.com)

Анотація. В даній статті досліджується обґрунтованість деяких наближених формул чисельного диференціювання для обчислення другої похідної. Також ці формули можна використовувати для обчислення похідних вищих порядків. Приводяться оцінки похибок формул та розглядається питання вибору оптимального кроку.

Abstract. In this article examines the validity of some approximate numerical differentiation formulas for calculating the second derivative. You can also use these formulas to calculate higher order derivatives. Estimates of the error of the formulas are given and the question of choosing the optimal step is considered.

Постанова проблеми. За останній час поряд із традиційними розділами [математики](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0) стали широко застосовуватися різні чисельні методи, зокрема методи чисельного диференціювання. Це інтенсивна взаємодія і використання комп'ютерів у наукових дослідженнях призвело до значного розширення тематики, створення нових класів моделей і піднесло на новий рівень сучасну математику. Тому дуже актуально стоїть питання знаходження оптимальних чисельних методів розв`язання задач, які не можна розв`язати точно.

Аналіз актуальних досліджень. Теоретичним підґрунтям розв’язання проблеми є праці українських та закордонних вчених із питань диференціювання функцій та застосування чисельних методів. Сучасні дослідники, такі як Даніліна Н.І., Бахвалов Н.С., Лапин А.В., Чижонков Е.В., Каханер Д., Моулер К., Неш С. [1, 2, 3] велику увагу звертають на різні методи обчислення другої похідної за допомогою чисельних методів. Ефективне застосування всіх цих методів для розв’язання конкретних задач стало одним зі стимулів для їх узагальнення, що призводить у деяких випадках до виникнення нових математичних напрямів.

Мета дослідження. Розглянемо задачу обчислення другої похідної    функції у(х) . Якщо задачу не вдається розв’язати точно або це досить складно, то приходиться використовувати методи чисельного диференціювання [1, с.163]. Обґрунтуємо доцільність застосування деяких наближених формул, приведемо оцінки похибок та розглянемо вибір оптимального кроку.

При чисельному диференціюванні функцію у(х) аппроксимирують функцією q(х) , яка легше обчислюється, і приблизно полягають у(к)(х)≈ q(к)(х)  . При цьому можна застосовувати різні аппроксимації. Розглянемо найпростіший випадок - аппроксимацію інтерполяційним багаточленом Ньютона.

Нехай задана сітка х0<х1<…<хn та  у(х) - функція , яка досліджується. Знайдемо першу та другу похідні інтерполяційного багаточлена Ньютона. Найбільш прості вирази отримуємо, якщо залишаємо тільки перший член:

Дослідження похибки отриманих виразів при чисельних розрахунках зручно робити за допомогою апостеріорній оцінці, за швидкістю спадання членів ряду. Якщо крок сітки достатньо малий, то похибка близька до першого відкинутого члену [1, C. 164].

Розглянемо випадок рівномірної сітки, коли вид формул помітно спрощується, а точність нерідко підвищується.

Нехай х0<х1<…<хn, хі+1–хі=h=cons, уі=у(хі).

Тоді доводимо, що для трьох сусідніх вузлів х0,х1,х2  маємо:

А для п’яти вузлів:

де та - похибки

Але ці формули виведені тільки для рівномірної сітки. Використання їх на нерівномірній сітці приведе до грубої помилки.

На рівномірній сітці для оцінки точності формул часто використовують спосіб розкладення за формулою Тейлора-Маклорена.

Розглянемо вибір оптимального кроку. За результатами дослідження маємо, що поки крок достатньо великий, при його зменшуванні непереборна похибка мала порівняно до похибки метода. Тому повна похибка зменшується. При подальшому зменшенні кроку непереборна похибка стає помітною, що проявляється в не цілком регулярній залежності результатів обчислень від величини кроку. Нарешті, при досить малому кроці непереборна похибка стає переважної, і при подальшому зменшенні кроку результат обчислень стає все менше достовірним.

Застосування оптимального кроку і заборона вести розрахунок кроком менше оптимального є певний спосіб регуляризації диференціювання, так звана регуляризація по кроку [3, с.69].

Висновки. В даній статті отримані теоретично і перевірені практично два методу обчислення другої похідної по одній змінної. І теоретичні викладки, і експерименти показують, що питання вибору кроку - дуже важливе. Експериментально підтверджено, що обидва методи дають непогані результати і можуть бути використані при практичному обчисленні другої похідної по одній змінної.

Ми бачимо, що вплив чисельних методів на різні розділи [математика](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0) виявляється у тому, що розвиток цієї дисципліни, яка відбиває вимоги [природничих наук](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%B8%D1%80%D0%BE%D0%B4%D0%BE%D0%B7%D0%BD%D0%B0%D0%B2%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%BE) і запити практики, спричиняє переорієнтацію спрямованості досліджень у деяких вже сформованих розділах [математики](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0). Постановка задач, які зв'язані з розробкою оптимального застосування чисельних методів до вирішення задач реальних явищ, призвела до зміни основної проблематики  теорії диференціювання функцій.

Література

1. Даніліна Н.І. Чисельні методи. Підручник для технікумів./ Н.І.Даніліна. - М.,Вища школа,1976р. – 366с.
2. Бахвалов Н.С., Лапин А.В., Чижонков Е.В. Численные методы в задачах и упражнениях./ Н.С. Бахвалов, А.В. Лапин, Е.В. Чижонков. // М., Высшая школа, 2000. – 190 с.
3. Каханер Д., Моулер К., Неш С. Численные методы и программное обеспечение./ Д. Каханер, К. Моулер, С.Неш // – М.:Мир, 2001. – 575с.
4. Фельдман Л.П., Петренко А.І., О.А. Дмитрієва О.А. Чисельні методи в інформатиці. /Л.П. Фельдман, А.І. Петренко, О.А. Дмитрієва – К. :Видавнича група BHV, 2006. - 480 c.
5. Гаврилюк І.П., Копистира М.П., Макаров В.Л., Москальков М.М.. Збірник задач з методів обчислень./ І.П. Гаврилюк, М.П. Копистира, В.Л. Макаров, М.М. Москальков - К.:ВЦ «Київський університет», 2004. – т 1,2.
6. Шмидский Я.К. Mathematica 5. Самоучитель/ Я.К.Шмидский.-М.:Издательский дом «Вильямс», 2004. – 529 с.